

WYMAGANIA EDUKACYJNE NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH Z MATEMATYKI W KLASIE IV TL - ZAKRES ROZSZERZONY

1. LICZBY RZECZYWISTE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze
<ul style="list-style-type: none"> znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
<ul style="list-style-type: none"> przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując wzory skróconego mnożenia dotyczące trzeciej potęgi $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące trzeciej potęgi) $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższe treści oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
<ul style="list-style-type: none"> konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
<ul style="list-style-type: none"> porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
<ul style="list-style-type: none"> dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{3}$, $\sqrt{3} - 1$
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód nie wprost
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$ w typowych zadaniach występujących w arkuszach maturalnych (zakres R)
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, korzystając z własności wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności typu $x = a$, $x < a$
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności typu $2x - 3 = 3$, $x + 4 \leq 1$
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną rozpatrując przypadki

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższe treści oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza i stosuje wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$ w zadaniach o wyższym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia własności wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej

3. FUNKCJA LINIOWA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> bada równoległość i prostopadłość prostych w oparciu o równania prostych danych w postaci ogólnej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania prostych korzystając z różnych wzorów

- rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem
- rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych
- rozwiązuje typowe zadania z arkuszy maturalnych (zakres R) dotyczące funkcji liniowej

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższe treści oraz dodatkowo:

- opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych
- rozwiązuje zadania z arkuszy maturalnych (zakres R) dotyczące funkcji liniowej

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

4. FUNKCJE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
- szkicuje wykres funkcji określonej za pomocą wzoru z wartością bezwzględną
- rozwiązuje graficznie równania drugiego stopnia, w których występują wyrażenia z wartością bezwzględną
- sporządza wykresy funkcji: $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
- rozwiązuje typowe zadania z arkuszy maturalnych (zakres R) dotyczące funkcji
- rozwiązuje typowe zadania dotyczące wektora zaczepionego oraz wektora swobodnego
- przesuwa wykres funkcji o wektor

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższe treści oraz dodatkowo:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$ i bada jej własności w całej dziedzinie oraz w danych przedziałach
- rozwiązuje graficznie nierówności drugiego stopnia, w których występują wyrażenia z wartością bezwzględną

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

- uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
- wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość)
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

5. FUNKCJA KWADRATOWA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- zapisuje daną sytuację za pomocą wzoru funkcji kwadratowej i podaje jej dziedzinę
- rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej
- stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie
- rysuje wykres funkcji $y = |f(x)|$, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$
- rozwiązuje typowe zadania z arkuszy maturalnych (zakres R) dotyczące funkcji kwadratowej
- rozwiązuje typowe równania i nierówności kwadratowe z parametrem
- rozwiązuje układy równań zawierające funkcję kwadratową

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższe treści oraz dodatkowo:

- na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją kwadratową
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych
- znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
- stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
• wyprowadza wzory Viète'a
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

6. PLANIMETRIA I

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższe treści oraz dodatkowo:

• stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii

7. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• wykonuje działania na wektorach
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu w zadaniach
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
• stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje własności jednokładności w zadaniach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

8. WIELOMIANY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników
<ul style="list-style-type: none">• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
<ul style="list-style-type: none">• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
<ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
<ul style="list-style-type: none">• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
<ul style="list-style-type: none">• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
<ul style="list-style-type: none">• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory na sześcian sumy i różnicy oraz wzór na sumę i różnicę sześcianów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki
<ul style="list-style-type: none">• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
<ul style="list-style-type: none">• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
<ul style="list-style-type: none">• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
<ul style="list-style-type: none">• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
<ul style="list-style-type: none">• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
<ul style="list-style-type: none">• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none">• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu
<ul style="list-style-type: none">• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none">• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania wielomianowe
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej
<ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową
<ul style="list-style-type: none">• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
<ul style="list-style-type: none">• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzór: $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$
<ul style="list-style-type: none">• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none">• analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
<ul style="list-style-type: none">• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza iloraz danych wielomianów
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki
<ul style="list-style-type: none">• porównuje wielomiany
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe o większym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki
<ul style="list-style-type: none">• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania z parametrem
<ul style="list-style-type: none">• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów

9. FUNKCJE WYMIERNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ o wektor i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy typowych funkcji homograficznych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności wymierne o wyższym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

10. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 225°
<ul style="list-style-type: none"> • określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności

<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje tożsamości trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, w tym funkcji ctg, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90°, 315°, 1080°
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji okresowej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

11. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
<ul style="list-style-type: none"> • bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • podaje granicę ciągów q^n dla $q \in (-1; 1)$ oraz $\frac{1}{n^k}$ dla $k > 0$
<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: q^n dla $q > 0$ oraz nk dla $k > 0$
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny

- oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

- bada monotoniczność ciągów
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
- bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów
- bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach

12. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
- oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
- oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
- oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
- oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
- wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
- sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
- oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
- stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX (proste przypadki)
- korzysta ze wzorów $(c)' = 0$, $(x)' = 1$, $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
- stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
- korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
- podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
- wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
- uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)
- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
- zna i stosuje schemat badania własności funkcji
- szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

- uzasadnia, także na podstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
- uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
- oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie
- oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
- oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
- stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
- oblicza w granice funkcji w nieskończoności
- wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
- sprawdza ciągłość funkcji

• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
• stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa
• oblicza pochodną funkcji w punkcie
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX
• uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie
• korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres
Uczeń otrzymuje ocenę celującą , jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:
• wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego

13. PLANIMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie
• stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
• stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów
--

14. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje permutacje danego zbioru
• stosuje definicję silni
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji
• określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
• oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe

• oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji
• rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona
• zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczania współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
• rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

15. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor
• szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• dowodzi twierdzenia o logarytmach
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek

16. STEREOOMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii |
|--|