

**WYMAGANIA EDUKACYJNE NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA POSZCZEGÓLNYCH
ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH Z MATEMATYKI
W KLASIE III Ti - ZAKRES ROZSZERZONY**

1. WIELOMIANY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• stosuje wzory na sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na sumę i różnicę sześciątów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność
• rozwiązuje równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej
• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzór: $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza iloraz danych wielomianów
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki
• porównuje wielomiany
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe o większym stopniu trudności
• szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej

w ten sposób funkcji
Uczeń otrzymuje ocenę celującą , jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
<ul style="list-style-type: none"> stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów
<ul style="list-style-type: none"> stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów

2. FUNKCJE WYMIERNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ o wektor i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy typowych funkcji homograficznych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności wymierne o wyższym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układy nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

3. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 225°
<ul style="list-style-type: none"> określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych

• zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
• stosuje tożsamości trygonometryczne
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, w tym funkcji ctg, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
• rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90° , 315° , 1080°
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

4. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
• wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)
• podaje granicę ciągów q^n dla $q \in (-1; 1)$ oraz $\frac{1}{n^k}$ dla $k > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: q^n dla $q > 0$ oraz n^k dla $k > 0$
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność ciągów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów
<ul style="list-style-type: none"> • bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach

5. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • korzysta ze wzorów $(c)' = 0$, $(x)' = 1$, $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • zna i stosuje schemat badania własności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, także na podstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza w granice funkcji w nieskończoności
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza ciągłość funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodną funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • bada własności funkcji i szkicuje jej wykres
<p>Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował powyższą wiedzę i umiejętności oraz:</p>
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego